

## PARADOSSO DEI GEMELLI

Paolo e Giovanni sono due gemelli. All'età di 20 anni Paolo parte per un viaggio a bordo di un'astronave che si muove alla velocità costante 0.866 ( $\gamma=2$ ).

Si consideri una successione lunghissima di orologi allineati (catena T), sincronizzati e solidali alla Terra, di cui uno al polso di Giovanni.

Paolo, in qualsiasi momento, guardando uno di tali orologi (quello a lui più vicino) potrà sapere che ore sono sulla Terra.

Supponiamo di avere anche una successione lunghissima di orologi allineati, sincronizzati e solidali all'astronave in cui viaggia Paolo (catena A), di cui uno al polso di Paolo.

Giovanni, in qualsiasi momento, guardando uno di tali orologi (quello a lui più vicino) potrà sapere che ore sono sull'astronave di suo fratello.

Supponiamo che le catene T e A segnino la stessa ora (ora 0) al momento della partenza di Paolo dalla Terra.

Passa il tempo: nel riferimento di Giovanni (solidale alla Terra) sono passati 20 anni dalla partenza di suo fratello.

Giovanni ritiene che per Paolo, in viaggio, ne siano passati solo 10 (Paolo è in moto, quindi il suo tempo rallenta del fattore  $\gamma=2$ ).

Secondo Paolo è Giovanni insieme alla Terra a muoversi con velocità  $v$ ; quindi, nell'istante in cui Paolo ha 10 anni in più di quando è partito, egli ritiene che Giovanni, in moto, sia invecchiato solo di 5 anni.

**Nel riferimento solidale alla Terra e a Giovanni l'evento A: "Giovanni spegne 40 candeline" è simultaneo all'evento B: "Paolo spegne 30 candeline". Gli eventi A e B hanno la stessa coordinata temporale (sono simultanei) e diverse coordinate spaziali (avvengono in luoghi diversi).**

**Nel riferimento di Paolo, invece, l'evento B': "Paolo spegne 30 candeline" è simultaneo all'evento C': "Giovanni spegne 25 candeline". Gli eventi B' e C' hanno la stessa coordinata temporale (sono simultanei) e diverse coordinate spaziali (avvengono in luoghi diversi).**

E se Paolo tornasse? Chi dei due sarebbe il più vecchio?

Come può tornare a casa Paolo? Ad esempio saltando su un'astronave che si muove alla stessa velocità 0.866 nella stessa direzione, ma con verso opposto dell'astronave di andata.

Esisterà quindi una terza catena di orologi allineati (catena R), sincronizzati e solidali all'astronave di ritorno di cui uno sulla prua dell'astronave.

Supponiamo che le catene T e R segnino la stessa ora al momento del ritorno di Paolo sulla Terra.

Supponiamo che l'intero viaggio duri 40 anni nel riferimento terrestre: ciò significa che Giovanni avrà 60 anni (20+40) il giorno del ritorno di Paolo e si aspetterà che Paolo abbia 40 anni (20+20).

E nel riferimento di Paolo?

Per Giovanni, Paolo salta sull'astronave di ritorno quando l'orologio terrestre segna 20 anni, cioè quando Giovanni sta compiendo 40 anni; nello stesso istante Giovanni guarda un orologio della catena A e vede che esso segna 10 anni (in moto rallenta del fattore  $\gamma=2$ ) e ritiene dunque che Paolo abbia 30 anni al momento del salto. Paolo salta veramente nello stesso istante in cui compie 30 anni e guardando un orologio della catena T appena prima del salto vede che esso segna 5 anni, ritenendo dunque che Giovanni abbia 25 anni al momento del salto di Paolo.

**Nel riferimento terrestre gli eventi A: "Paolo salta sull'a-ritorno" e B: "L'orologio terrestre segna 20anni" sono simultanei .**

**Nel riferimento solidale all'astronave a-andata gli eventi A': "Paolo salta sull'a-ritorno" e C': "L'orologio terrestre segna 5anni" sono simultanei. (Sia LS il luogo in cui avviene il salto)**

Ma che ora segnano gli orologi della catena R? L'orologio sulla prua dell'a-ritorno segnerà 40 anni quando i due fratelli si incontreranno.

Nel riferimento terrestre LS dista dalla Terra  $d=v \cdot 20=17.32$  anni.

Il riferimento solidale all'a-ritorno ritiene che tale distanza sia contratta del fattore  $\gamma=2$ , Quindi nel riferimento solidale all'a-ritorno la distanza Terra-LS vale  $d'=d/\gamma=8.66$ anni. Alla velocità  $v$  la distanza  $d'$  sarà percorsa in  $d'/v=10$ anni. Quindi l'orologio sulla a-ritorno segnerà 30anni al momento del salto di Paolo.

Il riferimento solidale all'a-ritorno vede la Terra muoversi alla velocità  $v$  e quindi vede gli orologi terrestri rallentare, quindi essi dovranno segnare 35 anni al momento del salto.

**Paolo trentenne, con l'orologio al polso che segna 10 anni, salta sull'astronave a-ritorno vedendo, appena prima del salto, l'orologio della catena T più vicino a lui che segna 5 anni e appena concluso il salto (la cui durata riteniamo trascurabile) quello della catena T più vicino a lui che segna 35 anni. Paolo vede anche che l'orologio dell'a-ritorno segna 30 anni.**

Il salto non ha provocato variazioni all'ora segnata dall'orologio al polso di Paolo, ma guardando gli orologi terrestri questi sono improvvisamente balzati in avanti di 30 anni

Ancora la relatività della simultaneità: nel riferimento solidale ad a-andata il salto è simultaneo al compimento di 25 anni per Giovanni, nel riferimento solidale ad a-ritorno il salto è simultaneo al compimento di 55 anni per Giovanni.

Il viaggio di ritorno dura 10 anni secondo l'orologio al polso di Paolo, quindi Paolo tornerà il giorno del suo quarantesimo compleanno e troverà suo fratello Giovanni sessantenne.

Non c'è quindi nessun paradosso!!

**Punto di vista di Giovanni-** Giovanni è stato fermo, mentre Paolo ha viaggiato alla velocità  $v=0.866$  per 20 anni all'andata e 20 al ritorno; alla fine del viaggio Giovanni avrà 60 anni(20+20+20).

Giovanni ritiene che per Paolo, in moto, il tempo scorra più lentamente del fattore  $\gamma=2$ , quindi al suo ritorno Paolo avrà 40 anni (20+10+10).

**Punto di vista di Paolo-** Paolo è stato fermo, mentre Giovanni e la Terra hanno viaggiato a velocità  $v=0.866$  per 10 anni all'andata e 10 al ritorno; alla fine del viaggio Paolo ha 40 anni (20+10+10).

Sulla Terra il tempo è trascorso più lentamente di un fattore  $\gamma=2$ , quindi sia l'andata che il ritorno hanno la durata di 5 anni; inoltre quando ha saltato per cambiare astronave, Paolo ha osservato un incremento temporale degli orologi terrestri di 30 anni; Giovanni dunque ha 60 anni (20+5+30+5).

**Il problema non è simmetrico, il gemello più giovane è l'unico che ha dovuto saltare.**